

## الفرض الأول للفصل الأول في مادة الرياضيات

المدة:  $\log_{10}(e^{30})$  سا و د

المستوى: 3 ع تج

**التمرين الأول:** في كل مما يلي، يوجد إجابة واحدة صحيحة عينها مع التبرير:

(1) الكتابة المبسطة للعدد  $A = \ln(e + e^{-1} + 2) - 2\ln(e + 1)$  حيث هي:

$$A = -1 \quad \text{(ج)} \quad A = 0 \quad \text{(ب)} \quad A = e + 1 \quad \text{(أ)}$$

(2) مجموعة حلول المتراجحة:  $\ln(2-x) + \ln(x+3) - \ln 4 \geq 0$  هي:

$$s = [-2; 1] \quad \text{(ج)} \quad s = [-2; 1] \quad \text{(ب)} \quad s = [1; 2] \quad \text{(أ)}$$

(3) الحل العام للمعادلة التفاضلية:  $2y' + 1 = 0$  هو الدوال  $f$  حيث: (أ) ثابت حقيقي

$$f(x) = ce^{2x} - 2 \quad \text{(ج)} \quad f(x) = ce^x - \frac{1}{2} \quad \text{(ب)} \quad f(x) = ce^{2x} - \frac{1}{2} \quad \text{(أ)}$$

(4) الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  هي:

أ) دالة زوجية      ب) دالة فردية      ج) ليست زوجية ولا فردية

(5) الدالة المعرفة على  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$  هي:

1) الدالة المشتقة للدالة  $f$  هي:

$$f'(x) = \frac{2}{x^2 \sqrt{1-x^2}} \quad \text{(ج)} \quad f'(x) = \frac{-1}{x^2 \sqrt{1-x^2}} \quad \text{(ب)} \quad f'(x) = \frac{1}{x^2 \sqrt{1-x^2}} \quad \text{(أ)}$$

2) يقبل عند النقطة ذات الفاصلة 1:  $(C_f)$

أ) مماساً معادلته:  $y = x$       ب) نقطة زاوية

3) المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلًا وحيدًا  $\alpha$  حيث:

$$\alpha \in [-0,8; -0,7] \quad \text{(ج)} \quad \alpha \in [0,06; 0,07] \quad \text{(ب)} \quad \alpha \in [1,01; 1,02] \quad \text{(أ)}$$

### التمرين الثاني:

1) نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$  كما يلي:

ولتكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعمد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

1) أحسب نهايات الدالة  $f$  عند الأطراف المفتوحة من مجموعة التعريف. فسر النتيجة بيانياً.

2) أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$  على  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$  وشكل جدول تغيراتها.

3) أدرس الوضع النسبي لـ  $(C_f)$  بالنسبة لمستقيم المقارب الأفقي، ثم حدد نقطة تقاطعهما  $A$ .

4) عين احداثيات نقاط تقاطع  $(C_f)$  مع حاملي محوري الإحداثيات.

5) أكتب معادلة المماس  $(D)$  للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة  $A$ .

6) أنشئ  $(D)$  و  $(C_f)$ .

7) نقاش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$ ، عدد و اشارة حلول المعادلة:  $x^2(1-m^2) - 4x = -4 - m^2$ .

II) نعتبر الدالة  $g$  المعرفة بـ  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  تمثيلها البياني في

1) عين مجموعة تعريف الدالة  $g$ .

2) بين أن:  $g'(x) = e^x f'(e^x)$ .

أستاذكم تمنى لكم كل التوفيق و النجاح

الإجابة الصحيحة	التبير										
ج.....(1)	$A = \ln(e + e^{-1} + 2) - 2 \ln(e + 1) = \ln(e + e^{-1} + 2) - \ln(e + 1)^2 = \ln\left(\frac{e + e^{-1} + 2}{(e + 1)^2}\right)$ $= \ln\left(\frac{e + \frac{1}{e} + 2}{(e + 1)^2}\right) = \ln\left(\frac{\frac{e^2 + 1 + 2e}{e}}{(e + 1)^2}\right) = \ln\left(\frac{(e + 1)^2}{e} \times \frac{1}{(e + 1)^2}\right) = \ln\left(\frac{1}{e}\right) = \ln(e^{-1}) = -1$										
ج.....(2)	<p>المجموعة المرجعية للمتراجحة هي: <math>D = ]-3; 2[</math></p> <p>منه: <math>\ln(2-x) + \ln(x+3) \geq \ln 4</math> أي: <math>\ln(2-x) + \ln(x+3) - \ln 4 \geq 0</math></p> <p><math>-x^2 - x + 2 \geq 0</math> أي: <math>(2-x)(x+3) \geq 4</math> تكافئ: <math>\ln((2-x)(x+3)) \geq \ln 4</math></p> <p>و بما أن: <math>s = [-2; 1]</math></p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;"><math>x</math></td><td style="text-align: center;"><math>-\infty</math></td><td style="text-align: center;">-2</td><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;"><math>+\infty</math></td></tr> <tr> <td style="text-align: center;"><math>-x^2 - x + 2</math></td><td style="text-align: center;">-</td><td style="text-align: center;">+</td><td style="text-align: center;">-</td><td></td></tr> </table>	$x$	$-\infty$	-2	1	$+\infty$	$-x^2 - x + 2$	-	+	-	
$x$	$-\infty$	-2	1	$+\infty$							
$-x^2 - x + 2$	-	+	-								
أ.....(3)	$f(x) = ce^{2x} - \frac{1}{2}; c \in \mathbb{R}$ هي الدوال من الشكل: $y' = 2y + 1$ تكافئ $2y - y' + 1 = 0$										
أ.....(4)	$f(-x) = \frac{e^{-x} + e^x}{2} = f(x)$ زوجية لأن: من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ لدينا: $-x \in \mathbb{R}$										
أ.....(5)	<p>الدالة المشتقة للدالة <math>f</math> هي:</p> $f'(x) = 0 + \frac{\frac{-2x}{2\sqrt{1-x^2}} \times x - 1 \times \sqrt{1-x^2}}{x^2} = \frac{\frac{x^2 - \sqrt{1-x^2}^2}{\sqrt{1-x^2}}}{x^2} = \frac{-1}{x^2\sqrt{1-x^2}}$										
ج.....(2)	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 + \frac{\sqrt{1-x^2}}{x} - 0}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + \sqrt{1-x^2}}{x(x-1)} = -\infty$ <p>الدالة <math>f</math> غير قابلة للاشتقاق عند 1 منه (<math>C_f</math>) يقبل نصف مماس موازي لحامل محور التراتيب.</p>										
ج.....(3)	<p>مبرهنة القيم المتوسطة</p>										

نستنتج أن المنحنى ( $C_f$ ) يقبل مستقيمين مقاربين عموديين موازيين

لمحور التراتيب معادلته:  $x = 1$  ،  $x = -1$  .

و مستقيما مقاربا أفقيا معادلته:  $y = 1$  .

2) **حساب المشتقة:**  $f$  دالة معرفة و قابلة للاشتقاق على دالتها المشتقة هي:

$$\begin{aligned}
 f'(x) &= \frac{2(x-2)(x^2-1) - 2x(x-2)^2}{(x^2-1)^2} \\
 &= \frac{2(x-2)[(x^2-1) - x(x-2)]}{(x^2-1)^2} \\
 &= \frac{2(x-2)(-1+2x)}{(x^2-1)^2} = \frac{4x^2-10x+4}{(x^2-1)^2}
 \end{aligned}$$

التمرين الثاني:

**الجزء الأول:**  $D_f = \mathbb{R} - \{-1; 1\}$  ،  $f(x) = \frac{(x-2)^2}{x^2-1}$

1) **حساب النهايات عند أطراف مجموعة التعريف:**

$$\begin{aligned}
 \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x^2} = 1 & \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{x^2} = 1 \\
 \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) &= \frac{(-1-2)^2}{(-1)^2-1} = +\infty & \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) &= \frac{(-1-2)^2}{(-1)^2-1} = -\infty \\
 \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) &= \frac{(1-2)^2}{(1)^2-1} = -\infty & \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) &= \frac{(1-2)^2}{(1)^2-1} = +\infty
 \end{aligned}$$

$$\therefore A \left( \frac{5}{4}; 1 \right) \quad (5) \quad \text{معادلة المماس عند النقطة}$$

$$(T): y = f \left( \frac{5}{4} \right) \left( x - \frac{5}{4} \right) + f \left( \frac{5}{4} \right)$$

$$y = \frac{-64}{9} \left( x - \frac{5}{4} \right) + 1$$

$$y = -7,11x + 9,89$$

$$\text{الإنشاء: (آخر الورقة)} \quad (6) \quad \text{المناقشة حسب قيم } m \text{ عدد و إشارة حلول المعادلة:} \quad (7)$$

$$\therefore (x+m)(x+1)^2 - x^3 - 2x^2 = 0$$

$$x^2(1-m^2) - 4x = -4 - m^2$$

$$(x^2 - 4x + 4) - m^2x^2 + m^2 = 0$$

$$(x-2)^2 - (m^2x^2 - m^2) = 0$$

$$(x-2)^2 = m^2(x^2 - 1) \quad \text{نكافئ:}$$

$$\frac{(x-2)^2}{(x^2-1)} = m^2$$

$$f(x) = m^2 \quad \text{منه:}$$

حلول المعادلة هي  $f(x) = m^2$  فواصل نقاط تقاطع المنحني ( $C_f$ ) و المستقيم الذي معادلته:  $y = m^2$  (المناقشة أفقية).  $y = m^2$  أي:  $m^2 \in [0; 1]$  أي:  $m \in [-1, 1]$  منه:  $m \in [0, 1]$  المعادلة لها حلان موجبان.

أي:  $m = 0$  للمعادلة حل مضاعف.

أي:  $m = -1$  للمعادلة حل وحيد موجب.  $m \in [-\infty; -1] \cup [1; +\infty]$  أي:  $m^2 \in [1; +\infty]$  للمعادلة حلان أحدهما موجب والأخر سالب.

الجزء الثاني: لدينا:  $g(x) = f(e^x)$

مجموعة التعريف:  $(1)$

$$D_g = \{x \in \mathbb{R} / e^x - 1 \neq 0 ; e^x + 1 \neq 0\}$$

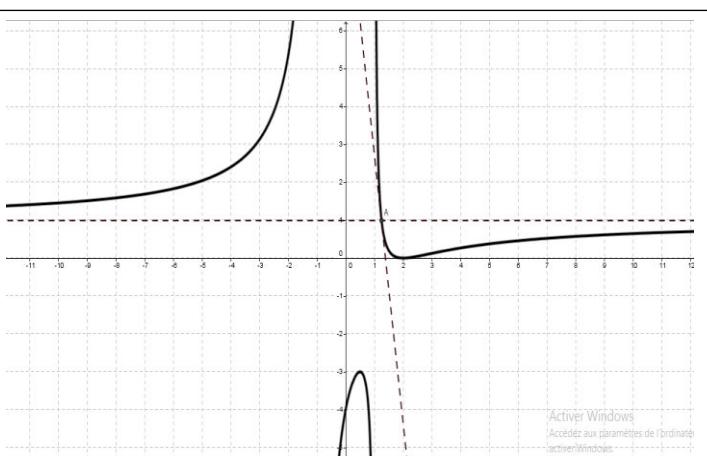
$$= \{x \in \mathbb{R} / e^x \neq 1 ; e^x \neq -1\}$$

$$= \{x \in \mathbb{R} / x \neq 0\} = \mathbb{R}^*$$

$$\therefore g'(x) = e^x f'(e^x) \quad (2) \quad \text{بين أن:}$$

$$g(x) = f(e^x) \quad \text{لدينا:}$$

$$g'(x) = e^x f'(e^x) \quad \text{منه:}$$



$$\text{اتجاه تغير الدالة: } \frac{f}{x-2} = 0 \quad \text{أو: } x-2=0$$

$$x = \frac{1}{2} \quad \text{أو:} \quad x = 2$$

$x$	$-\infty$	$-1$	$\frac{1}{2}$	$1$	$2$	$+\infty$
$f'(x)$	+	+	-	-	+	

الدالة  $f$  متزايدة تماما على المجالات  $[-\infty; -1]$  و  $[1; +\infty]$

و متناقصة تماما على المجال  $[-1; 1]$  و  $[2; +\infty]$

جدول التغيرات:

$x$	$-\infty$	$-1$	$\frac{1}{2}$	$1$	$2$	$+\infty$
$f'(x)$	+	+	-	-	+	
$f(x)$						

(3) دراسة الوضع النسبي  $(C_f)$  بالنسبة للمستقيم المقارب

الأفقي: ندرس اشارة الفرق:

$$(f(x) - 1) = \frac{(x-2)^2}{x^2-1} - 1 = \frac{-4x+5}{x^2-1}$$

$x$	$-\infty$	$-1$	$1$	$\frac{5}{4}$	$+\infty$
$-4x+5$	+	+	+	-	
$x^2-1$	+	-	+	+	
$\frac{-4x+5}{x^2-1}$	+	-	+	-	
الوضع النسبي $(C_f)$ بالنسبة لـ $(\Delta)$					

نقطة التقاطع هي:  $A \left( \frac{5}{4}; 1 \right)$

(4) حساب إحداثيات نقط تقاطع  $(C_f)$  مع حامل محوري الإحداثيات:

مع محور الفواصل:

$$x = 2 \quad \text{أي:} \quad \begin{cases} (x-2)^2 = 0 \\ x^2 - 1 \neq 0 \end{cases} \quad \text{معناه:} \quad f(x) = 0$$

إذن:  $(C_f) \cap (xx') = \{(2; 0)\}$

مع محور الترتيب:

$$(C_f) \cap (yy') = \{(0; -4)\} \quad \text{منه: } f(0) = -4$$



الروابط المباشرة

المواض

[www.dzexamsbac.com/module/mathematiques](https://www.dzexamsbac.com/module/mathematiques)

الرياضيات

[www.dzexamsbac.com/module/physique](https://www.dzexamsbac.com/module/physique)

العلوم الفيزيائية

[www.dzexamsbac.com/module/sciences-naturelles](https://www.dzexamsbac.com/module/sciences-naturelles)

علوم الطبيعة والحياة

[www.dzexamsbac.com/module/arabe](https://www.dzexamsbac.com/module/arabe)

اللغة العربية

[www.dzexamsbac.com/module/francais](https://www.dzexamsbac.com/module/francais)

اللغة الفرنسية

[www.dzexamsbac.com/module/anglais](https://www.dzexamsbac.com/module/anglais)

اللغة الإنجليزية

[www.dzexamsbac.com/module/histoire-geographie](https://www.dzexamsbac.com/module/histoire-geographie)

التاريخ و الجغرافيا

[www.dzexamsbac.com/module/tarbia-islamia](https://www.dzexamsbac.com/module/tarbia-islamia)

ال التربية الإسلامية

[www.dzexamsbac.com/module/economie](https://www.dzexamsbac.com/module/economie)

الاقتصاد والمناجمنت

[www.dzexamsbac.com/module/comptabilite](https://www.dzexamsbac.com/module/comptabilite)

التسخير المحاسبي والمعالي

[www.dzexamsbac.com/module/droit](https://www.dzexamsbac.com/module/droit)

القانون

[www.dzexamsbac.com/module/genie-civil](https://www.dzexamsbac.com/module/genie-civil)

الهندسة المدنية

[www.dzexamsbac.com/module/genie-mecanique](https://www.dzexamsbac.com/module/genie-mecanique)

الهندسة الميكانيكية

[www.dzexamsbac.com/module/genie-procedes](https://www.dzexamsbac.com/module/genie-procedes)

هندسة الطرائق

[www.dzexamsbac.com/module/genie-electrique](https://www.dzexamsbac.com/module/genie-electrique)

الهندسة الكهربائية

[www.dzexamsbac.com/module/philosophie](https://www.dzexamsbac.com/module/philosophie)

الفلسفة

[www.dzexamsbac.com/module/allemand](https://www.dzexamsbac.com/module/allemand)

اللغة الألمانية