

الفرض الاول في للثلاثي الاول في مادة الرياضيات

$g(x) = x^3 - 3x - 4$ دالة معرفة على \mathbb{R} بـ

1/ ادرس تغيرات الدالة g

2/ بين ان المعادلة $0 = g(x)$ تقبل حلا وحيدا α حيث $2 \leq \alpha \leq 2.25$

3/ استنتج اشارة $(g(x))$

$f(x) = \frac{x^3 + x^2 + 1}{x^2 - 1}$ دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$ بـ

1/ احسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة التعريف

2/ برهن انه من اجل كل عدد حقيقي x من $R - \{-1, 1\}$ لدينا :

3/ ادرس تغيرات الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

4/ برهن ان المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 1$ مستقيم مقارب مائل C_f بجوار $-\infty$ و $+\infty$.

5/ ادرس الوضع النسبي بين C_f و (Δ) .

6/ بين ان : $f(\alpha) = 1 + \frac{3\alpha+6}{\alpha^2-1}$ ثم استنتاج حصرا بـ:

7/ بين ان المعادلة $0 = f(x)$ تقبل حلا وحيدا α' حيث $-1.5 \leq \alpha' \leq -1.25$

8/ ارسم C_f و (Δ)

$k(x) = \frac{1}{f(x)}$ دالة معرفة على $\{\alpha'\}$ بـ

9/ ادرس تغيرات الدالة k ثم ارسم منحناها

$h(x) = f((x+1)^2)$ دالة معرفة على $\{0, -2\}$ بـ

10/ ادرس تغيرات الدالة h وشكل جدول تغيراتها .

11/ ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط m حلول المعادلة $f(x) = |m - 1|$

12/ ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط m حلول المعادلة $f(\cos(\theta)) = \frac{1}{m}$ حيث $0 \leq \theta \leq 2\pi$

13// ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط θ حلول المعادلة $f(x) = \sin(\theta)$

التصحيح النموذجي للفرض الاول 3 عت 1

$g(x) = x^3 - 3x - 4$ دالة معرفة على \mathbb{R} بـ

1/ دارسة تغيرات الدالة g

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty$$

• النهايات:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 = +\infty$$

- الدلة المشتقة : $g'(x) = 3x^2 - 3$ دالة قابلة للاشتغال على \mathbb{R}
- إشارة الدالة المشتقة :

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	○	-	○
$f(x)$	$-\infty$	-4	-8	$+\infty$

$$3x^2 - 3 = 0$$

$$\text{نجد: } x = -1 \text{ او } x = 1$$

2/ اثبات ان المعادلة $0 = g(x)$ تقبل حل وحيدا α حيث $2 \leq \alpha \leq 2.25$

- من جدول التغيرات مستمرة ورتيبة على المجال $[2 ; 2.25]$
- لدينا : $g(2) \cdot g(2.25) = 0.64$ و $g(2) = -2$ ومنه فان :

ومنه حسب نظرية القيم المتوسطة فان المعادلة $0 = g(x)$ تقبل حل وحيدا α حيث $2 \leq \alpha \leq 2.25$

3/ استنتاج اشارة $g(x)$

من جدول التغيرات لدينا :

$g(x) \leq 0$ لدينا $x \in]-\infty; \alpha[$

$g(x) = 0$ لدينا $x = \alpha$

$g(x) \geq 0$ لدينا $x \in]\alpha; +\infty[$

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$g(x)$	-	○	+

$f(x) = \frac{x^3 + x^2 + 1}{x^2 - 1}$ دالة معرفة على $\{ -1, 1 \} \subset \mathbb{R}$

1/ حساب النهايات :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 + x^2 + 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3}{x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} x = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + x^2 + 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3}{x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^3 + x^2 + 1}{x^2 - 1} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^3 + x^2 + 1}{x^2 - 1} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^3 + x^2 + 1}{x^2 - 1} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^3 + x^2 + 1}{x^2 - 1} = +\infty$$

مستقيم مقارب عمودي له C_f بجوار $x = -1$ و $+x$

مستقيم مقارب عمودي له C_f بجوار $x = 1$ و $+x$

2/ الدالة المشتقة

f دالة قابلة للاشتقاق على $R - \{-1, 1\}$

$$f'(x) = \frac{(3x^2 + 2x)(x^2 - 1) - 2x(x^3 + x^2 + 1)}{(x^2 - 1)^2}$$

$$= \frac{3x^4 - 3x^2 + 2x^3 - 2x^2 - (2x^4 - 2x^3 - 2x)}{(x^2 - 1)^2} = \frac{x^4 - 3x^2 - 6x}{(x^2 - 1)^2}$$

$$= \frac{x(x^3 - 3x - 4)}{(x^2 - 1)^2} = \frac{xg(x)}{(x^2 - 1)^2}$$

3/ دارسة تغيرات الدالة f

• إشارة الدالة المشتقة:

x	$-\infty$	-1	0	1	α	$+\infty$
x	—	—	— \ominus +	+	+	+
$g(x)$	—	—	—	—	—	+
$f'(x)$	+	+	—	—	+	

: لدينا

$$(x^2 - 1)^2 > 0$$

ومنه إشارة f' من اشارة $g(x)$

• جدول التغيرات:

x	$-\infty$	-1	0	1	α	$+\infty$
$f'(x)$	+	+	—	—	—	+
$f(x)$	$+\infty$	-1	$-\infty$	$-\infty$	$f(\alpha)$	$+\infty$

$$x \in]-\infty; -1[\cup]-1; 0] \cup [\alpha; +\infty[$$

f متزايدة

$$x \in [0; 1[\cup]1; \alpha]$$

f متناقصة

4/ اثبات ان المستقيم (Δ) مستقيم مقارب مائل لـ C_f بجوار $-\infty$ و $+\infty$

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - y &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 + x^2 + 1}{x^2 - 1} - (x + 1) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 + x^2 + 1 - (x + 1)(x^2 - 1)}{x^2 - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - 2}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} = 0\end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) - y = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 2}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0$$

ومنه المستقيم (Δ) مستقيم مقارب مائل لـ C_f بجوار $-\infty$ و $+\infty$

5/ دراسة الوضع النسبي بين C_f و (Δ)

دراسة اشارة المقدار $f(x) - y$

$$f(x) - y = \frac{x^3 + x^2 + 1}{x^2 - 1} - (x + 1) = \frac{x^3 + x^2 + 1 - (x + 1)(x^2 - 1)}{x^2 - 1} = \frac{x - 2}{x^2 - 1}$$

x	$-\infty$	-2	-1	1	$+\infty$
$x - 2$	-	○	+	+	+
$x^2 - 1$	+	+	-	+	
$f(x) - y$	-	○	+	-	+
الوضع النسبي	تحت (Δ)	C_f يقطع (Δ)	C_f فوق (Δ)	C_f تحت (Δ)	C_f فوق (Δ)

$$x + 2 = 0$$

$$x = -2$$

$$x^2 - 1 = 0 \quad x^2 = 1$$

$$x = 1 \quad \text{او} \quad x = -1$$

6/ اثبات ان $f(\alpha) = 1 + \frac{3\alpha+6}{\alpha^2-1}$

$$\begin{aligned}f(\alpha) &= \frac{\alpha^3 + \alpha^2 + 1}{\alpha^2 - 1} \\ &= \frac{3\alpha + 4 + \alpha^2 + 1}{\alpha^2 - 1} = \frac{\alpha^2 + 3\alpha + 5}{\alpha^2 - 1} = \frac{\alpha^2 - 1 + 1 + 3\alpha + 5}{\alpha^2 - 1} \\ &= \frac{\alpha^2 - 1}{\alpha^2 - 1} + \frac{3\alpha + 6}{\alpha^2 - 1} = 1 + \frac{3\alpha + 6}{\alpha^2 - 1}\end{aligned}$$

$$g(\alpha) = 0$$

$$\alpha^3 - 3\alpha - 4 = 0$$

$$\alpha^3 = 3\alpha + 4$$

استنتاج حصر لـ : $f(\alpha)$

$$2 \leq \alpha \leq 2.25$$

لدينا :

$$12 \leq 3\alpha + 6 \leq 12.75 \quad \dots \dots (1)$$

باضرب في 3 و اضافة 6 الى جميع الاطراف نجد :

$$2 \leq \alpha \leq 2.25 \text{ لدينا :}$$

بتربع اطراف المترابحة ثم اضافة 1 الى جميع الاطراف نجد : 1- الى جميع الاطراف نجد :

$$\frac{1}{4.06} \leq \frac{1}{\alpha^2 - 1} \leq \frac{1}{3} \quad \dots \dots (2)$$

بقلب اطراف المترابحة نجد

بضرب اطراف المترابحة (1) في اطراف المترابحة (2) نجد :

$$\frac{12}{4.06} \leq \frac{3\alpha + 6}{\alpha^2 - 1} \leq \frac{12.75}{3}$$

نضيف 1 الى جميع الاطراف نجد :

$$3.95 \leq \frac{3\alpha + 6}{\alpha^2 - 1} + 6 \leq 5.25$$

$$3.95 \leq f(\alpha) \leq 5.25$$

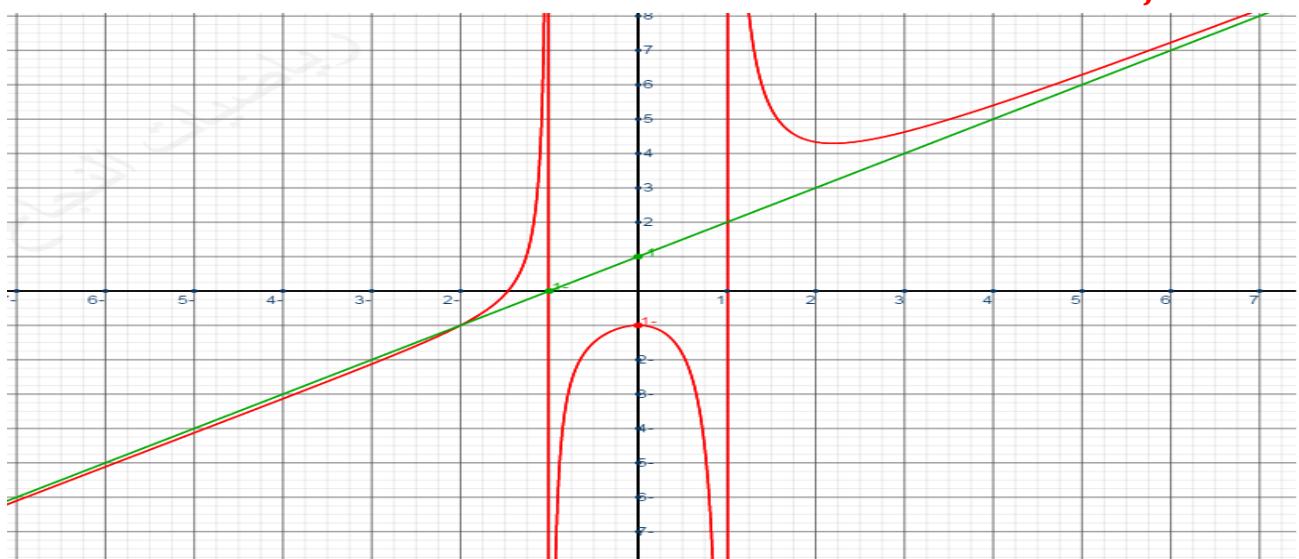
ومنه :

7/ ثبات ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلًا وحيدًا α' حيث $-1.5 \leq \alpha' \leq -1.25$

- من جدول التغيرات f مستمرة ورتيبة على المجال $[-1.5; -1.25]$
- $f(-1.25).f(-1.5) = \dots = 0$ ومنه فان $f(-1.5) = 0$

ومنه حسب نظرية القيم المتوسطة فان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلًا وحيدًا α' حيث $-1.5 \leq \alpha' \leq -1.25$

8/ رسم f و C_f و (Δ)



k دالة معرفة على $R - \{\alpha'\}$ بـ

٩/ دارسة تغيرات الدالة k

• ال نهايات :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} k(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{f(x)} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} k(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{f(x)} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \alpha'} k(x) = \lim_{x \rightarrow \alpha'} \frac{1}{f(x)} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \alpha'} k(x) = \lim_{x \rightarrow \alpha'} \frac{1}{f(x)} = +\infty$$

$$k'(x) = \frac{-f'(x)}{(f(x))^2} \quad : R - \{\alpha'\} \text{ دالة قابلة للاشتاق على } \quad \bullet \text{ الدالة المشتقة :}$$

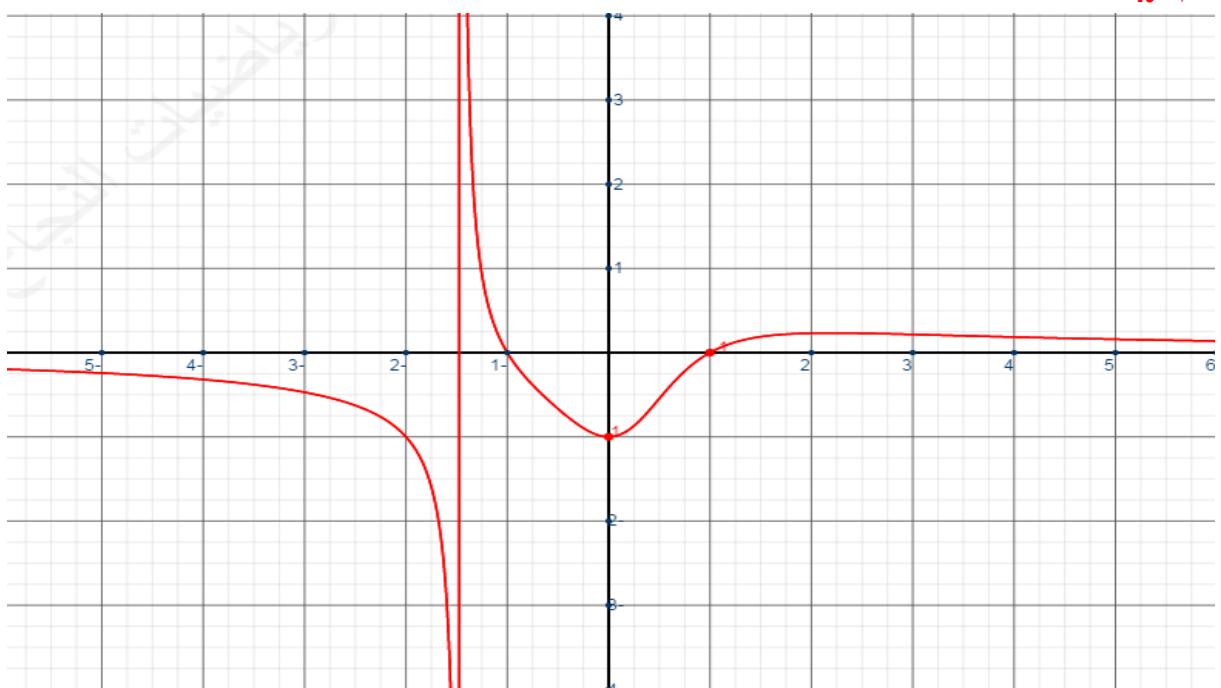
• جدول التغيرات :

x	$-\infty$	α'	0	α	$+\infty$
$k'(x)$	-		- ○ + ○ -		
$k(x)$	0	$+\infty$	-1	$k(\alpha)$	0

$$(f(x))^2 > 0$$

ومنه اشارة k' من اشاره

رسم C_k



دالة معرفة على $R - \{-2, 0\}$: $h(x) = f((x+1)^2)$

دراسة تغيرات h / 10

النهايات:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f((x+1)^2) = \lim_{y \rightarrow +\infty} f(y) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f((x+1)^2) = \lim_{y \rightarrow +\infty} f(y) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} h(x) = \lim_{x \rightarrow -2^-} h(x) = \lim_{x \rightarrow -2^-} f((x+1)^2) = \lim_{y \rightarrow 1^+} f(y) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} h(x) = \lim_{x \rightarrow -2^+} h(x) = \lim_{x \rightarrow -2^+} f((x+1)^2) = \lim_{y \rightarrow 1^-} f(y) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} h(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} h(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f((x+1)^2) = \lim_{y \rightarrow 1^-} f(y) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} h(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} h(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f((x+1)^2) = \lim_{y \rightarrow 1^+} f(y) = +\infty$$

الدالة المشتقة: h دالة قابلة للاشتراق على $R - \{-2, 0\}$

$$h'(x) = (2x+2) f'((x+1)^2)$$

اشارة الدالة المشتقة:

$$x = -1 \text{ يكافي } 2x+2 = 0$$

$$(x+1)^2 = 0 \text{ او } (x+1)^2 > 0 : f'((x+1)^2) = 0$$

$$x = \sqrt{\alpha} - 1 \text{ او } x = -\sqrt{\alpha} - 1 \text{ او } x = 0 \text{ يكافي}$$

$$-\sqrt{\alpha} - 1 \leq x \leq \sqrt{\alpha} - 1 : f'((x+1)^2) \leq 0 \text{ يكافي } 0 \leq (x+1)^2 \leq \alpha$$

جدول التغيرات:

x	$-\infty$	$-\sqrt{\alpha} - 1$	-2	-1	0	$-\sqrt{\alpha} - 1$	$+\infty$
$2x+2$	-	-	-	+	+	+	+
$f'((x+1)^2)$	+	0	-	0	-	0	+
$h'(x)$	-	0	+	0	-	0	+
$h(x)$	$-\infty$	$+\infty$	-1	$-\infty$	$+\infty$	$-\sqrt{\alpha} - 1$	$+\infty$

$h(-\sqrt{\alpha} - 1)$

11/ مناقشة حلول المعادلة

$f(x) = |m - 1|$ نضع $m - 1 = k$ تصبح المعادلة :

$f(x) = |k|$ أي $|k| \in [0; f(\alpha)]$ المعادلة $f(x) = |m - 1|$ تقبل حل وحيد

أي $k = f(\alpha)$ او $k = -f(\alpha)$ تقبل حلان $f(x) = |m - 1|$ المعادلة

أي $|k| = f(\alpha)$ تقبل 3 حلول $f(x) = |m - 1|$ المعادلة $k \in [-\infty; -f(\alpha)] \cup [f(\alpha); +\infty]$ أي $|k| \in [f(\alpha); +\infty]$

المناقشة حسب قيم m لدينا :

$f(x) = |m - 1|$ المعادلة $m \in [-\infty; -f(\alpha) + 1] \cup [f(\alpha) + 1; +\infty]$ تقبل حل وحيد

أو $m = f(\alpha) + 1$ او $m = -f(\alpha) + 1$ تقبل حلان $f(x) = |m - 1|$ المعادلة

أي $m \in [-\infty; -f(\alpha) + 1] \cup [f(\alpha) + 1; +\infty]$ تقبل 3 حلول

12/ مناقشة حلول المعادلة

$$f(\cos(\theta)) = \frac{1}{m}$$

المعادلة $\frac{1}{f(\cos(\theta))} = m$ تكافىء $f(\cos(\theta)) = \frac{1}{m}$ المعادلة

نناقش بيانيًا مع منحنى الدالة k ونأخذ فقط الحلول المحسورة بين -1 و 1 لأن $1 \leq \cos(\theta) \leq -1$

$f(\cos(\theta)) = \frac{1}{m}$ المعادلة لا تقبل حلول $m \in (-\infty; -1] \cup [0; +\infty)$

$f(\cos(\theta)) = \frac{1}{m}$ المعادلة تقبل حل وحيد اذا كان المجهول $\cos(\theta)$ وتقبل حلان اذا كان المجهول θ

$f(\cos(\theta)) = \frac{1}{m}$ المعادلة تقبل حلان اذا كان المجهول $\cos(\theta)$ وتقبل 4 حلول اذا كان المجهول θ

$f(\cos(\theta)) = \frac{1}{m}$ المعادلة $m = 0$ تقبل حلان

13/ مناقشة حلول المعادلة

$f(x) = \sin(\theta) = t$ تصبح المعادلة

من اجل $t = -1$ فان $\theta = \frac{3\pi}{2}$ تقبل حلان $f(x) = \sin(\theta)$ المعادلة

فان $t \in [-1; 1]$ المعادلة $f(x) = \sin(\theta)$ لا تقبل حلول $\theta \in [0; \frac{3\pi}{2}] \cup [\frac{3\pi}{2}; 2\pi]$



الروابط المباشرة

المواض

www.dzexamsbac.com/module/mathematiques

الرياضيات

www.dzexamsbac.com/module/physique

العلوم الفيزيائية

www.dzexamsbac.com/module/sciences-naturelles

علوم الطبيعة والحياة

www.dzexamsbac.com/module/arabe

اللغة العربية

www.dzexamsbac.com/module/francais

اللغة الفرنسية

www.dzexamsbac.com/module/anglais

اللغة الإنجليزية

www.dzexamsbac.com/module/histoire-geographie

التاريخ و الجغرافيا

www.dzexamsbac.com/module/tarbia-islamia

ال التربية الإسلامية

www.dzexamsbac.com/module/economie

الاقتصاد والمناجمنت

www.dzexamsbac.com/module/comptabilite

التسخير المحاسبي والمعالي

www.dzexamsbac.com/module/droit

القانون

www.dzexamsbac.com/module/genie-civil

الهندسة المدنية

www.dzexamsbac.com/module/genie-mecanique

الهندسة الميكانيكية

www.dzexamsbac.com/module/genie-procedes

هندسة الطرائق

www.dzexamsbac.com/module/genie-electrique

الهندسة الكهربائية

www.dzexamsbac.com/module/philosophie

الفلسفة

www.dzexamsbac.com/module/allemand

اللغة الألمانية