الفرض الأول للفصل الأول

في مادة الرياضيات

ملاحظة: تؤخذ بعين الاعتبار، الإجابات الدقيقة والواضحة، كما يمنع منعا باتا استعمال القلم الأحمر

التمرين

I) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = 2 - xe^{1-x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

[03.00 ن] ❶ أ- احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ وفسر النتيجة هندسيا، ثم احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

[03.00 ن] ب- ادرس تغيرات الدالة f ثمّ شكل جدول تغيراتها

[01.50 ن] ❷ أ- بيّن أنّ لـ (C_f) نقطة إنعطاف Ω يطلب تعيين إحداثييها

[01.00 ن] ب- اكتب معادلة المماس (T) لـ (C_f) عند النقطة Ω

[01.50 ن] ج- اكتب معادلة المماس (T') لـ (C_f) في نقطة تقاطعه مع حامل محور التراتيب، ثم تحقق أنّ $(T) \perp (T')$

[02.50 ن] ❸ احسب $f(-1)$، ثم أنشئ (C_f)

[02.00 ن] ❹ ناقشا بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m، عدد وإشارة حلولة المعادلة $\ln f(x) - \ln f(m) = 0$

II) f_n الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f_n(x) = 2 - x^n e^{1-x}$

(حيث: $n \in \mathbb{N}$ ، مع: $n \geq 2$)، و (C_n) تمثيلها البياني في المستوي السابق

[02.00 ن] ❶ بيّن أنّ جميع المنحنيات (C_n) تمّر من نقطتين ثابتتين يُطلب تعيينهما

[01.50 ن] ❷ احسب نهايتي الدالة f_n عند $+\infty$ و $-\infty$ (ناقش حسب شفعية n)

[02.00 ن] ❸ احسب $f_n'(x)$، ثمّ حدّد حسب شفعية n اتجاه تغير الدالة f_n وشكل جدول تغيراتها

"ومن يتهيب صعود الجبال... يعش أبد الدهر بين الحفر"

بالتوفيق للجميـــــــــــع

I)

1 **أ- حساب** $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ **و** $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

- $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}(2 - xe^{-x}e^{1}) = \boxed{2}$

لأنّ $\lim_{x\to+\infty}(-xe^{-x}) = 0$

• التفسير الهندسي: (C_f) يقبل مستقيم مقارب أفقي معادلته $y = 2$

- $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \boxed{+\infty}$

ب- دراسة تغيرات الدالة f ثمّ تشكيل جدول تغيراتها:

لدينا: الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$، ولدينا من أجل كل $x \in D_f$:

$$f'(x) = -e^{1-x} + xe^{1-x} = (x-1)e^{1-x}$$

لدينا: $e^{1-x} > 0$ ومنه إشارة $f'(x)$ من إشارة $(x-1)$:

لدينا: $x - 1 = 0$ ومنه: $x = 1$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$ ↘	1	↗ 2

2 **أ- تبيين أنّ لـ (C_f) نقطة انعطاف Ω :**

لدينا f' قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ حيث:

$$f''(x) = e^{1-x} - (x-1)e^{1-x} = (2-x)e^{1-x}$$

لدينا: $e^{1-x} > 0$ ومنه إشارة $f''(x)$ من إشارة $(2-x)$:

لدينا: $2 - x = 0$ ومنه: $x = 2$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$

لدينا: المشتقة الثانية تنعدم وتغير إشارتها لما $x = 2$

ومنه: (C_f) يقبل نقطة انعطاف $\Omega\left(2; \frac{2e-2}{e}\right)$

ب- كتابة معادلة (T) :

$$(T): y = f'(2)(x-2) + f(2) = \boxed{e^{-1}x - 4e^{-1} + 2}$$

ج- كتابة معادلة (T') :

$$(T'): y = f'(0)(x-0) + f(0) = \boxed{-ex + 2}$$

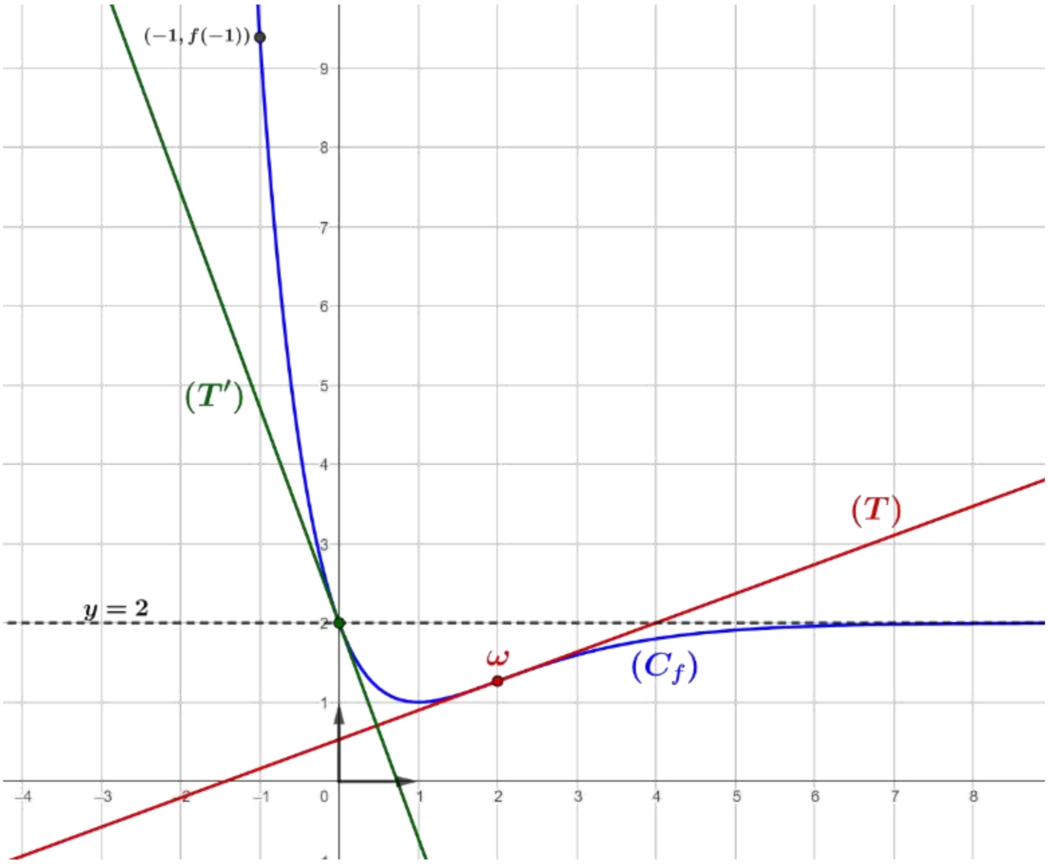
- التحقق أنّ $(T) \perp (T')$:

مستقيمان متعامدان معناه ضرب معاملي توجيههما يساوي -1

لدينا: $a_{(T)} \times a_{(T')} = -e \times e^{-1} = -1$ إذن (T) و (T') متعامدان

3 **حساب $f(-1)$، وإنشاء (C_f):**

لدينا: $f(-1) = 2 + e^{2} \approx 9.38$



❹ **المناقشة البيانية لعدد وإشارة حلولة المعادلة** $\ln(f(x))-\ln(f(m))=0$:

لدينا: $\ln(f(x))-\ln(f(m))=0 \dots (*)$

ومنه: $\ln(f(x))=\ln(f(m))$

ومنه: $\boxed{f(x)=f(m)}$

حلول المعادلة $(*)$ هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيات ذات المعادلة $y=f(m)$ حيث $m\in\mathbb{R}$

لما $m=1$ المعادلة تقبل حل مضاعف موجب تماما

لما $m\in]0;1[\cup]1;+\infty[$ المعادلة تقبل حلان موجبان تماما

لما $m=0$ المعادلة تقبل حل معدوم

لما $m=]-\infty;0[$ المعادلة تقبل حل وحيد سالب تماما

II)

❶ **تبيين أن جميع المنحنيات (C_n) تمرّ من نقطتين ثابتتين:**

لدينا: $f_n(x)-f_{n+1}(x)=0$

معناه: $2-x^ne^{1-x}-2+x^{n+1}e^{1-x}=0$

ومنه: $x^ne^{1-x}(-1+x)=0$

ومنه: $-1+x=0$ أو $x^n=0$ لأنّ $e^{1-x}\neq 0$

ومنه: جميع المنحنيات (C_n) تمّر من نقطتين ثابتتين هما $A(0;f(0))$ و $B(1;f(1))$

أي: من النقطتين $A(0;2)$ و $B(1;1)$

❷ **حساب نهايتي الدالة f_n عند $+\infty$ و $-\infty$** :

- $\lim\limits_{x\to+\infty} f_n(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(2-e\dfrac{x^n}{e^x}\right)=\boxed{2}$

لأنّ : $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x^n}{e^x}\right)=0$

لمّا: $n=2k+1$ حيث: $k\in\mathbb{N}$:

- $\lim\limits_{x\to-\infty} f_n(x) = \lim\limits_{x\to-\infty}\left(2-\underbrace{x^n}_{-\infty}\,\underbrace{e^{1-x}}_{+\infty}\right) = \boxed{+\infty}$

لمّا: $n = 2k$ حيث: $k \in \mathbb{N}$:

- $\lim\limits_{x\to-\infty} f_n(x) = \lim\limits_{x\to-\infty}\left(2-\underbrace{x^n}_{+\infty}\,\underbrace{e^{1-x}}_{+\infty}\right) = \boxed{-\infty}$

❸ حساب $f_n'(x)$:

لدينا: الدالة f_n قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$، ولدينا من أجل كل $x \in D_f$:

$$f_n'(x) = -nx^{n-1}e^{1-x} + x^ne^{1-x} = \boxed{x^ne^{1-x}\left(-\frac{n}{x}+1\right)}$$

- **تحديد حسب شفعية n اتجاه تغير الدالة f_n وتشكيل جدول تغيراتها:**

لدينا: $f_n'(x) = 0$

معناه : $x^ne^{1-x}\left(-\frac{n}{x}+1\right) = 0$

لدينا: $e^{1-x} > 0$

ولدينا : $-\frac{n}{x}+1$

معناه : $\frac{x-n}{x} = 0$

ومنه: $x = n$

ولدينا: $x^n = 0$ معناه: $x^n = 0$

◄ لما n فردي لدينا:

x	$-\infty$		0		n		$+\infty$
x^n		$+$	0	$+$	|	$+$	
$-\frac{n}{x}+1$		$-$	||	$-$	0	$+$	
$f_n'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	
$f_n(x)$	$+\infty$	↘	2	↘	$f_n(n)$	↗	2

◄ لما n زوجي، لدينا:

x	$-\infty$		0		n		$+\infty$
x^n		$-$	0	$+$	|	$+$	
$-\frac{n}{x}+1$		$-$	||	$-$	0	$+$	
$f_n'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f_n(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	$f_n(n)$	↗	2

♥ بالتوفيق للجميـــــع في شهادة البكالوريا 2024 ♥

DzExams BAC | ديزاد إكزام بكالوريا

https://www.dzexamsbac.com

الروابط المباشرة	المواد
www.dzexamsbac.com/module/mathematiques	الرياضيات
www.dzexamsbac.com/module/physique	العلوم الفيزيائية
www.dzexamsbac.com/module/sciences-naturelles	علوم الطبيعة والحياة
www.dzexamsbac.com/module/arabe	اللغة العربية
www.dzexamsbac.com/module/francais	اللغة الفرنسية
www.dzexamsbac.com/module/anglais	اللغة الإنجليزية
www.dzexamsbac.com/module/histoire-geographie	التاريخ و الجغرافيا
www.dzexamsbac.com/module/tarbia-islamia	التربية الإسلامية
www.dzexamsbac.com/module/economie	الإقتصاد والمناجمنت
www.dzexamsbac.com/module/comptabilite	التسيير المحاسبي والمالي
www.dzexamsbac.com/module/droit	القانون
www.dzexamsbac.com/module/genie-civil	الهندسة المدنية
www.dzexamsbac.com/module/genie-mecanique	الهندسة الميكانيكية
www.dzexamsbac.com/module/genie-procedes	هندسة الطرائق
www.dzexamsbac.com/module/genie-electrique	الهندسة الكهربائية
www.dzexamsbac.com/module/philosophie	الفلسفة
www.dzexamsbac.com/module/allemand	اللغة الألمانية