الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

المستوى : 3 ثانوي

علوم تجريبية

ساعة و نصف { 90 د }

23 أكتوبر 2021

الموسم الدراسي : 2021 / 2022

الفصل الأول

الفرض الأول في مــادة الـريـاضـيـات

❖ ملاحظة : أيها التلاميذ الشرفاء استغلوا المدة الزمنية للمحاولة الكتابية في الموضوع بشكل منظم ،،

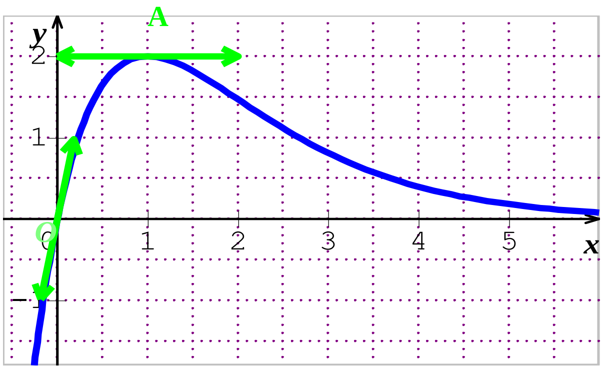
التمرين الأول 05 ن

❖ ملاحظة : الجزء الأول و الثاني مستقلان عن بعضها البعض { أي : لا علاقة تربط هذه الأجزاء } ،،

الجزء الأول :

❖ في الشكل $\mathcal{C}_f$ هو منحنى الدالة f قابلة للاشتقاق على IR ، و مماسين عند كل من النقطتين O و A .

- في كل السؤال ، بالضبط اقتراح واحد صحيح المطلوب تعيّنه .



1) العدد المشتق للدالة f عند 0 يساوي :

أ - -2 . ب - 0. جـ - 1. د - 4 .

2) أ - $f(0)=2$. ب - $f(1)=0$.

جـ - $f'(0)=0$. د - $f'(1)=0$.

3) أ - القيمة الحدّية العظمى للدالة f هي 2 .

ب - $f'(2)>0$.

جـ - القيمة الحدّية الصغرى للدالة f على IR ، هي 0 .

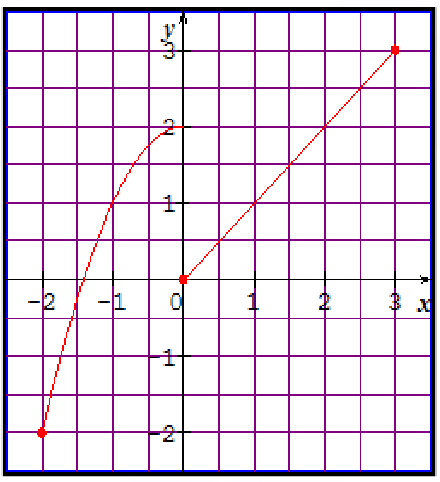
4) أ - $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$. ب - $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$.

جـ - $\lim\limits_{x\to0} f(x)=-\infty$. د - $\lim\limits_{x\to0} f(x)=f(1)$.

الجزء الثاني :

لتكن f الدالة المعرفة على $[-2;3]$ كما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=-x^2+2 & \text{إذا كان } x\in[-2;0[\\ f(x)=x & \text{إذا كان } x\in[0;3] \end{cases}$$



1. في الشكل المقابل التمثيل البياني الدالة f . هل تقبل الدالة f نهاية عند 0 ؟

2. هل الدالة f مستمرة على $[-2;3]$ ؟ أذكر مجالا تكون الدالة f مستمرة عليه.

التمرين الثاني

08 ن

❖ ملاحظة : الأجزاء الأربعة مستقلة عن بعضها البعض { أي : لا علاقة تربط هذه الأجزاء } ،،

الجزء الأول :

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{-2;1\}$ بـ $f(x)=\dfrac{2x+3}{x^2+x-2}$

1. حدد حسب قيم x إشارة x^2+x-2 .
2. أدرس النهايات من اليمين و من اليسار عند كل من -2 و 1 .
3. أدرس نهايتي الدالة f عند $+\infty$ وعند $-\infty$.

الجزء الثاني :

لتكن f الدالة المعرفة على IR بـ $f(x)=x^3-3x^2+4$.

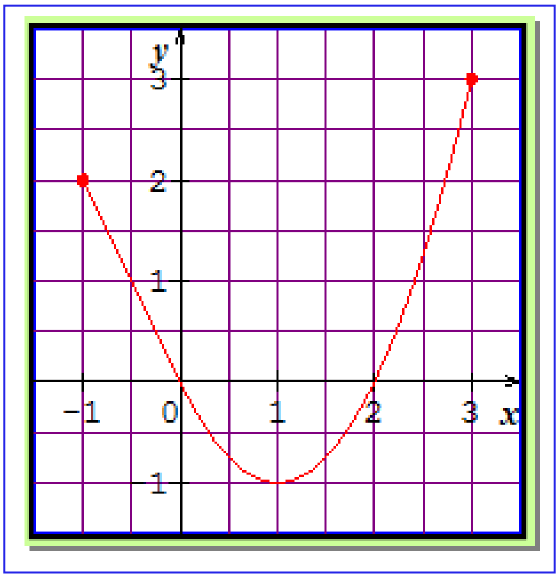
1. أدرس اتجاه تغير f. أحسب $f(-1)$. شكل جدول تغيرات الدالة f ثم استنتج إشارتها علىIR .
2. باستعمال السؤال1 أدرس اتجاه تغير الدالة g المعرفة على $]-\infty;0[$ بـ $g(x)=\dfrac{1}{2}x^2-3x-\dfrac{4}{x}$.

الجزء الثالث :

لتكن الدالة g المعرفة بالدستور التالي : $g: x \mapsto \dfrac{1}{(x^2-1)^3}$ على المجال $]1;+\infty[$.

◈ برهن باستعمال مبرهنة القيم المتوسطة أن المعادلة $x^3-2x=-2$ تقبل على الأقل حلا في المجال $[-2;1]$.

الجزء الرابع :



التمثيل البياني المقابل هو لدالة g قابلة للاشتقاق على $[-1;3]$

1. عين بيانيا إشارة $g(x)$ ثم إشارة $g'(x)$.
2. نعتبر الدالة f المعرفة على $[-1;3]$ بـ $f(x)=[g(x)]^2$.

أحسب $f'(x)$ بدلالة $g(x)$ و $g'(x)$ ثم استنتج إشارة $f'(x)$.

نعتبر الدالة f المعرفة بـِ : $f(x)=ax+\frac{b}{4x+2}$ مع a و b عددان حقيقيان .

علما أن : مجموعة تعريف الدالة f هي $D_f=]-\infty;-\frac{1}{2}[\cup]-\frac{1}{2};+\infty[$.

.1

أ - بيّن أن الدالة f تقبل الاشتقاق على كل مجال من المجموعة D_f .

ب - عين العددين a و b بحيث من أجل كل $x\in D_f$ ، $f'(0)=\frac{7}{2}$ و $f(0)=-\frac{3}{2}$.

.2

أ - أحسب النهايات عند حدود المجموعة D_f .

ب - برّر أنه من أجل كل $x\in D_f$ ، $f'(x)>0$.

جـ - أنجز جدول تغيرات الدالة f .

.3 نسمي $\mathscr{C}_f$ المنحني الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

أ - برهن أن المستقيم ذي المعادلة $y=\frac{1}{2}x$ هو مستقيم مقارب للمنحني $\mathscr{C}_f$.

ب - أكتب معادلة لمماس المنحني $\mathscr{C}_f$ عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

جـ - برهن أنّ النقطة ω ذات الإحداثيتين $\left(-\frac{1}{2};-\frac{1}{4}\right)$ هي مركز تناظر للمنحني $\mathscr{C}_f$. أرسم المنحني $\mathscr{C}_f$.

.... *حاول ،، قاوم ،، تحدى ،، لا تتردد* .... **انتهى .**

❖ ملاحظة : بالنسبة لتلاميذ شعبة رياضيات و تقني رياضي يمكن الاستفادة من هذا الموضوع ،، ريثما يتم رفع الموضوع الخاص لكم ،،

أيها التلاميذ الشرفاء تذكروا أنَّ : تعب المراجعة أفضل من ألم السقوط ،،

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

المستوى : **3** ثانوي

علوم تجريبية

ساعة و نصف { 90 د }

24 أكتوبر 2021

الموسم الدراسي : 2021 / 2022

الفصل الأول

تصحيح الفرض الأول في مــادة الرياضيات

❖ **ملاحظة : أيها التلاميذ الشرفاء تفحصوا الحل للتأكد من المحاولة ،، و للعلم أنه الحل مختصر ،،**

التمرين الأول 05 ن

الجزء الأول :

- إليكم أيها الشرفاء الإجابة باختيار إجابة صحيحة واحدة دون تبرير .

1) العدد المشتق للدالة f عند 0 يساوي : **د -** 4 .

2) **جـ -** $f'(0)=0$.

3) **أ -** القيمة الحدّية العظمى للدالة f هي 2 .

4) **ب -** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$.

الجزء الثاني :

1. لدينا من جهة $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ <}} f(x)=2$ و لدينا من جهة ثانية $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)=0$.

✓ إذن لا تقبل الدالة f نهاية عند 0 .

2. الدالة غير مستمرة عند0 و بالتالي فهي غير مستمرة على $[-2;3]$.

- نلاحظ أنه غير ممكن رسم تمثيلها البياني دون رفع القلم .
- الدالة f مستمرة مثلا على المجال $[0;3]$.

التمرين الثاني

08 ن

الجزء الأول :

1. لكثير الحدود x^2+x-2 جذران هما -2 و 1. و بتطبيق القاعدة المحددة لإشارة ثلاثي حدود من الدرجة 3 نجد:

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
x^2+x-2		$+$	0	-	0	$+$	

2. $\lim\limits_{x\to-2}(2x+3)=-1$ ، $\lim\limits_{x\to-2}\left(x^2+x-2\right)=0$ و بما أنه من أجل $x<-2$ ، $x^2+x-2>0$ فإن $\lim\limits_{\substack{x\to-2\\<}} f(x)=-\infty$.

$\lim\limits_{x\to-2}(2x+3)=-1$ ، $\lim\limits_{x\to-2}\left(x^2+x-2\right)=0$ و بما أنه من أجل $-2<x<1$ ، $x^2+x-2<0$ فإن $\lim\limits_{\substack{x\to-2\\>}} f(x)=+\infty$.

$\lim\limits_{x\to1}(2x+3)=5$ ، $\lim\limits_{x\to1}\left(x^2+x-2\right)=0$ و بما أنه من أجل $-2<x<1$ ، $x^2+x-2<0$ فإن $\lim\limits_{\substack{x\to1\\<}} f(x)=-\infty$.

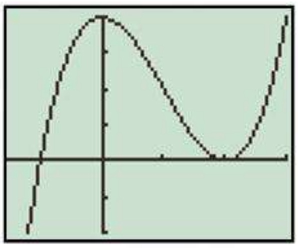
$\lim\limits_{x\to1}(2x+3)=5$ ، $\lim\limits_{x\to1}\left(x^2+x-2\right)=0$ و بما أنه من أجل $x>1$ ، $x^2+x-2>0$ فإن $\lim\limits_{\substack{x\to1\\>}} f(x)=+\infty$.

3. $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\frac{2x}{x^2}\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\frac{2}{x}\right)=0$. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{2x}{x^2}\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{2}{x}\right)=0$

الجزء الثاني :

1. الدالة f قابلة للاشتقاق على **IR** و لدينا: $f'(x)=3x^2-6x=3x(x-2)$.

$f'(x)$ كثير حدود من الدرجة الثانية جذراه 0 و 2 و بالتالي فإشارته من نفس إشارة (-3) بين الجذرين أي سالبة على المجال $[0;2]$ لدينا: $f(-1)=(-1)^3-3(-1)^2+4=0$



x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
إشارة $f'(x)$		$+$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	0	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

- من جدول التغيرات نستنتج أن $f(x)\le 0$ على $]-\infty;-1]$ و $f(x)\ge 0$ على $[-1;+\infty[$.

2. الدالة g قابلة للاشتقاق على $]-\infty;0[$ و لدينا: $g'(x)=x-3+\frac{4}{x^2}=\frac{x^3-3x^2+4}{x^2}=\frac{f(x)}{x^2}$

إذن إشارة $g'(x)$ هي من نفس إشارة $f(x)$ على $]-\infty;0[$ أي سالبة على $]-\infty;-1]$ و موجبة على $[-1;0[$.

- نستنتج هكذا أن الدالة g متناقصة تماما على $]-\infty;-1]$ و متزايدة تماما على $[-1;0[$.

الجزء الثالث :

طريقة: لإثبات وجود حلول معادلة على مجال $[a;b]$ باستعمال مبرهنة القيم المتوسطة نتبع الخطوات التالية :

- نكتب المعادلة على الشكل $f(x)=k$.
- نتحقق من استمرارية الدالة f على المجال $[a;b]$.
- نتحقق من أن العدد k محصور بين $f(a)$ و $f(b)$.

الحل: يمكن كتابة المعادلة $x^3-2x=-2$ على الشكل $f(x)=-2$ حيث f هي الدالة المعرفة على IR ب :

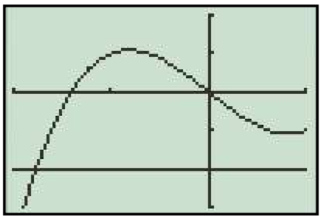
$f(x)=x^3-2x$ (يمكن اختيار كتابة أخرى مماثلة)

الدالة f دالة كثير حدود و بالتالي فهي مستمرة علىIR و من تم على $[-2;1]$.

لدينا $f(-2)=-4$ و $f(1)=-1$ كما نلاحظ أن العدد2- محصور بين العددين4- و 1-.

إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $x^3-2x=-2$ تقبل على الأقل حلا في المجال $[-2;1]$.

ملاحظة : يمكن مراقبة النتيجة باستعمال حاسبة بيانية بحيث يتم تمثيل الدالة f و المستقيم ذا المعادلة $y=-2$ ثم ملاحظة تقاطعهما.



الجزء الرابع :

1. نلاحظ أن منحنى الدالة g يقع فوق محور الفواصل من أجل $x\in[-1;0]\cup[2;3]$ و تحته من أجل $x\in[0;2]$

و منه $g(x)\geq 0$ من أجل $x\in[-1;0]\cup[2;3]$ و $g(x)\leq 0$ من أجل $x\in[0;2]$.

بما أن الدالة g متناقصة تماما على $[-1;1]$ و متزايدة تماما على $[1;3]$ و تقبل مماسا موازيا لمحور الفواصل عند النقطة ذات الفاصلة 1 فإن $g'(x)<0$ من أجل $]-1;1[$ و $g'(x)>0$ من أجل $x \in]1;3]$ و $g'(1)=0$.

2. الدالة g معرفة و قابلة للاشتقاق على $[-1;3]$ و منه فالدالة $f=g^2$ معرفة و قابلة للاشتقاق على $[-1;3]$

- حسب قانون الاشتقاقية للدالة مربع نجد : $f'(x)=2g'(x)g(x)$.
- باستعمال الجدول الموالي نحصل على إشارة $f'(x)$:

x	-1		0		1		2		3
$g(x)$		$+$	0	$-$	|	$-$	0	$+$	
$g'(x)$		$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

1/ أ - لدينا من أجل كل $x \in D_f$، $4x+2 \neq 0$ إذن الدالة الناطقة $x \mapsto \frac{b}{4x+2}$ تقبل الاشتقاق عند كل قيمة من D_f ؛ الدالة كثير حدود $x \mapsto ax$ تقبل الاشتقاق على IR إذن تقبل الاشتقاق عند كل قيمة من D_f ولدينا مجموع هاتين الدالتين هو الدالة f ؛ إذن الدالة f تقبل الاشتقاق عند كل قيمة من D_f . { استعمال المبرهنة حول مشتق مجموع دالتين } .

ب - $f'(x) = a - \frac{4b}{(4x+2)^2}$ ؛ $f'(0) = \frac{7}{2}$ معناه $a - b = \frac{7}{2}$ ؛

$f(0) = -\frac{3}{2}$ معناه $\frac{b}{2} = -\frac{3}{2}$ و بالتالي نجد $b = -3$ و $a = \frac{1}{2}$.

2. أ - للحصول على النتائج نطبق المبرهنات على النهايات . $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

؛ $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ ؛ $\lim_{x \xrightarrow{<} -\frac{1}{2}} f(x) = +\infty$ ؛ $\lim_{x \xrightarrow{>} -\frac{1}{2}} f(x) = -\infty$.

ب - $f'(x) = \frac{1}{2} + \frac{12}{(4x+2)^2}$ مجموع عددين موجبين تماما إذن من أجل كل $x \in D_f$ ، $f'(x) > 0$.

جـ - جدول التغيرات للدالة f :

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	‖	$+$
$f(x)$	$-\infty \nearrow +\infty$	‖	$-\infty \nearrow +\infty$

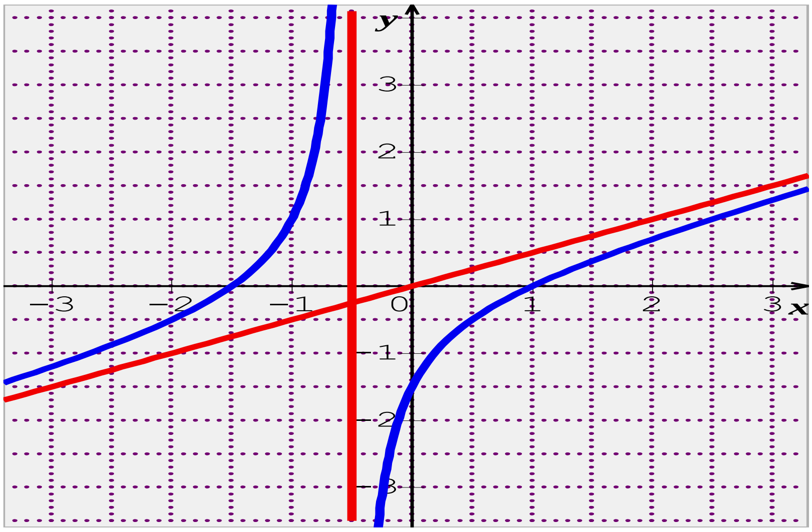
3. أ - $\lim_{|x|\to+\infty} |f(x)| = +\infty$ و $\lim_{|x|\to+\infty} f(x) - \frac{1}{2}x = 0$ إذن المستقيم ذي المعادلة $y = \frac{1}{2}x$ هو مستقيم مقارب للمنحني $\mathcal{C}_f$.

ب - { تطبيق مباشر للمعادلة المعروفة $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$ مع العلم أن المعاملات أعطيت في 1 } .

- نجد معادلة المماس هي $y = \frac{7}{2}x - \frac{3}{2}$.

جـ - استعملنا طريقة تغيير المعلم من المبدأ O إلى المبدأ ω ؛ يمكن استعمال طرق أخرى :

M نقطة من $\mathscr{C}_f$ حيث $(x\,;y)$ إحداثيتيها في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ و $(x';y')$ إحداثيتيها في المعلم $(\omega;\vec{i};\vec{j})$ من $\overrightarrow{\omega M}=\overrightarrow{OM}-\overrightarrow{O\omega}$ ينتج $x'=x+\frac{1}{2}$ و $y'=y+\frac{1}{4}$ ثم نجد $y'=\frac{1}{2}x-\frac{4}{4x+2}+\frac{1}{4}$ ؛ $y'=\frac{1}{2}x'-\frac{1}{x'}$ ونبرهن أن الدالة $g:x\mapsto\frac{1}{2}x-\frac{1}{x}$ هي فردية .



.... نتمنى أن تكونوا قد استفدتم بذلك القدر الذي نريده منكم .... انتهى .

أيها التلاميذ الشرفاء تذكروا أنَّ : تعب المراجعة أفضل من ألم السقوط ،،

ديزاد إكزام بكالوريا | DzExams BAC

https://www.dzexamsbac.com

المواد	الروابط المباشرة
الرياضيات	www.dzexamsbac.com/module/mathematiques
العلوم الفيزيائية	www.dzexamsbac.com/module/physique
علوم الطبيعة والحياة	www.dzexamsbac.com/module/sciences-naturelles
اللغة العربية	www.dzexamsbac.com/module/arabe
اللغة الفرنسية	www.dzexamsbac.com/module/francais
اللغة الإنجليزية	www.dzexamsbac.com/module/anglais
التاريخ و الجغرافيا	www.dzexamsbac.com/module/histoire-geographie
التربية الإسلامية	www.dzexamsbac.com/module/tarbia-islamia
الإقتصاد والمناجمنت	www.dzexamsbac.com/module/economie
التسيير المحاسبي والمالي	www.dzexamsbac.com/module/comptabilite
القانون	www.dzexamsbac.com/module/droit
الهندسة المدنية	www.dzexamsbac.com/module/genie-civil
الهندسة الميكانيكية	www.dzexamsbac.com/module/genie-mecanique
هندسة الطرائق	www.dzexamsbac.com/module/genie-procedes
الهندسة الكهربائية	www.dzexamsbac.com/module/genie-electrique
الفلسفة	www.dzexamsbac.com/module/philosophie
اللغة الألمانية	www.dzexamsbac.com/module/allemand